СДІТ
ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ
І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ,
ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

УДК 518.52

ОДИН АСПЕКТ ВЗАЄМОДІЇ СИСТЕМИ З ОТОЧЕННЯМ

Г.П. ПОВЕЩЕНКО

Наявність ресурсів — основа існування будь-яких систем будь-якої природи. Обмеженість ресурсів до існування, що відчувається майже скрізь і завжди, є одною з основних проблем функціонування відкритих систем. За обмежених ресурсів впорядкованість у системі досягається за рахунок зростання невпорядкованості в оточенні і навпаки. Будь-яка система існує в певних межах, в діапазоні реального існування. На основі моделі Лотки–Вольтери показано вплив оточення на поведінку системи. Обмеження ресурсів, що надходять з оточення, та їх заміна власними ресурсами зменшують ступінь відкритості системи і змінюють коливальний режим функціонування на аперіодичний, тобто призводять до спрощення організації системи з наступною її дезінтеграцією.

ВСТУП

Наявність ресурсів — основа існування будь-яких систем будь-якої природи. Обмеженість ресурсів до існування, що відчувається майже скрізь і завжди, є одною з основних проблем функціонування відкритих систем. За обмежених ресурсів впорядкованість у системі досягається за рахунок зростання невпорядкованості в оточенні й навпаки. Будь-яка система існує в певних межах, в діапазоні реального існування.

Відкритість систем, взаємодія систем з оточенням як джерелом ресурсів до їх існування — основний предмет системного аналізу. Політичні, економічні, соціальні, культурні, біологічні системи є відкритими, тому що обмінюються потоками матеріальних, енергетичних, інформаційних та інших ресурсів між собою й оточенням. Взаємодія відкритої системи з оточенням відбувається через границю системи. Умови в системі та оточенні часто суттєво різні. Ці відмінності сприймаються системою як збурення, що призводить до потоків ресурсів. У відкритому світі можна спостерігати різні типи поведінки за різних впливів оточення, і тому характерною рисою відкритих систем є часова і просторова періодичність як форма самоорганізації їх структур і поведінки.

Мета роботи — дослідження зміни поведінки від повністю відкритої системи до повністю закритої як результату її взаємодії з оточенням.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

У відкритій системі, тобто в нерівноважних умовах її існування, можуть виникати коливальні режими завдяки потоку ресурсу A від оточення до системи і потоку кінцевого продукту B від системи до оточення. Якщо величини A та B не змінюються в часі, то змінними системи є величини проміжних продуктів. У випадку хімічної реакції відповідний механізм для проміжних змінних X, Y може мати, наприклад, такий вигляд:

$$A + X \xrightarrow{k_1} mX, \tag{1}$$

$$X + Y \xrightarrow{k_2} nY, \tag{2}$$

$$Y \xrightarrow{k_3} B, \tag{3}$$

де k_i — значення швидкостей прямих реакцій, які є кінетичними константами. Значення швидкостей зворотних реакцій вважаються несуттєвими і тому не враховуються.

Такий механізм реалізовує зворотний зв'язок: змінні X та Y є продуктами автокаталітичних реакцій, тому що вони активують своє власне виробництво. Згідно із законом діючих мас кінетика механізму має такий суттєвий зміст: швидкість бімолекулярної реакції взаємодії двох речовин пропорційна ймовірності зіткнення цих речовин, тобто здобутку їхніх концентрацій [1, 2]:

$$\frac{dX}{dt} = k_1 AX - k_2 XY = X(k_1 A - k_2 Y), \tag{4}$$

$$\frac{dY}{dt} = k_2 XY - k_3 Y = Y(k_2 X - k_3). \tag{5}$$

Припустимо, що система може споживати продукт B як відновлювальний ресурс, тобто мати два джерела ресурсів. У такому разі вираз (1) можна записати таким чином:

$$AB + X \xrightarrow{k_1} mX \tag{6}$$

або

$$rA + (1-r)Y + X \xrightarrow{k_1} mX, \tag{7}$$

$$0 \le r \le 1, \tag{8}$$

де r — ступінь рециркуляції ресурсів.

Для спрощення можна припустити, що величини швидкостей прямих реакцій

$$k_1 = k_2 = k_3 = 1. \tag{9}$$

Система (4), (5) буде мати вигляд:

$$\frac{dX}{dt} = X[rA + (1-r)Y - Y] = rX(A - Y), \tag{10}$$

$$\frac{dY}{dt} = Y(X - 1). \tag{11}$$

Рушійною силою процесу є різниця значень реагентів $A - Y$ в оточенні та в системі, яка й визначає його нерівноважність, тобто відмінність від оточення. А однорідність середовища є результатом припущення про відсутність в системі конвективних, дифузійних та інших процесів.

Окрім тривіального стаціонарного стану $X_s = Y_s = 0$, система має ще один стаціонарний стан

$$X_s = 1; \quad Y_s = A. \tag{12}$$

Після введення в систему (10), (11) позначень

$$x = \frac{X}{X_s}; \quad y = \frac{Y}{Y_s}; \quad x_s = 1; \quad y_s = 1. \tag{13}$$

отримаємо математичну (безрозмірну) модель

$$\frac{dx}{dt} = rAx(1-y), \tag{14}$$

$$\frac{dy}{dt} = y(x-1). \tag{15}$$

Система диференціальних рівнянь (14), (15) є тотожною математичній моделі Лотки-Вольтери, яка почала використовуватися для дослідження взаємодії системи «жертва – хижак» у ті часи, коли людство ще не надто переймалося станом довкілля. В моделі Лотки–Вольтери змінні *x, y* — відносні рівні популяцій «жертв» і «хижаків».

У термінах темпів система має вигляд:

$$\operatorname{temp} x = rA(1-y), \tag{16}$$

$$\operatorname{temp} y = x - 1, \tag{17}$$

що означає припущення про лінійну залежність темпів процесу від змінних системи. Така спрощена модель системи фактично означає, що «темп процесу ~ вплив оточення». У загальному випадку в залежності від характеру правих частин системи (16), (17) можна оцінювати вплив оточення на систему як сприятливий, агресивний, мінливий, непередбачуваний або взагалі байдужий. Наприклад, за граничної умови повної відсутності «хижаків» — $y = 0$ — темп зростання чисельності «жертв» x визначається виключно потоком ресурсів, а за граничної умови повної відсутності «жертв» — $x = 0$ — темп зникнення «хижаків» y є максимальним.

Білінійний здобуток xy в правих частинах рівнянь є оцінкою частоти зустрічей між «жертвами» і «хижаками», тобто ймовірності їх зустрічі. Така схожість рівнянь хімічної кинетики і динаміки популяцій надає можливості застосовувати однакові методи досліджень. Це пояснюється тим, що біологічні й хімічні процеси є незворотними на відміну від багатьох фізичних процесів, де минуле й майбутнє грають еквівалентну роль [3].

Зауважимо, що систему рівнянь, аналогічну моделі Лотки–Вольтери, можна отримати шляхом спрощення загальних рівнянь еволюції [2]. Завдяки простоті моделі Лотки–Вольтери та її цікавим властивостям вона досліджувалася багатьма авторами.

СТІЙКІСТЬ СТАЦІОНАРНОГО СТАНУ СИСТЕМИ

Характеристична матриця системи (14), (15):

$$M = \begin{vmatrix} 0 & -rA \\ 1 & 0 \end{vmatrix}. \tag{18}$$

Слід матриці:

$$S = 0. \tag{19}$$

Детермінант:

$$\Delta = rA. \tag{20}$$

Характеристичні корені:

$$\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{-rA}. \tag{21}$$

Очевидно, що стаціонарний стан $x = 1$; $y = 1$ є «центром» коливань системи — точкою нейтральної стійкості, оскільки за визначенням $rA > 0$. Коливання в околі «центра» відбуваються з періодом, величина якого є зворотно пропорційною квадратному кореню від величини ресурсів, що надходять з оточення

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{rA}}. \tag{22}$$

Що більше ресурсів з оточення, тим вище частота коливань у системі, тобто вона стає більш активнішою. Можна зробити висновок, що розвиток і зростання системи відбуваються на фоні деградації оточення.

Процеси в системі характеризуються неперервним спектром частот коливань, тому що існує безкінечна кількість періодичних траєкторій. Кожна траєкторія є станом на границі стійкості, тобто таким станом, для якого навіть малого збурення досить для зміни руху системи за новим циклом з відповідною частотою. З цього витікає відсутність асимптотичної орбітальної стійкості, тобто відсутність затухання флуктуацій. Отже, в моделі немає механізму стабілізації, який повертає систему на стійку орбіту типу граничного циклу.

ПЕРЕХІД ВІД ВІДКРИТОЇ СИСТЕМИ ДО ЗАКРИТОЇ

Розглянемо зміни характеру поведінки системи внаслідок поступового зменшення величини рециркуляції ресурсів r від одиниці до нуля, що в наведеній моделі означає перехід від відкритої системи до закритої за однакових початкових умов.

Відкрита система, яка має одне джерело отримання ресурсу з оточення (повна залежність від ресурсів оточення)

$$rA = 1. \tag{23}$$

Період коливань

$$T \approx 2\pi\,. \tag{22.1}$$

Динаміку системи, яка є системою Лотки-Вольтери, показано на рис. 1.

Коливальна поведінка є ознакою здатності системи до самоорганізації, тобто складності системи. Система має загальний інтеграл на кшталт «константи загальної організації» [4]. Паттерн системи як уявна конфігурація взаємовідносин між її елементами визначається незворотною еволюційною тенденцією: хижак знищує жертв.

Частково відкрита система, яка користується двома джерелами ресурсів до існування (диверсифікація ресурсів):

$$rA = 0{,}5. \tag{24}$$

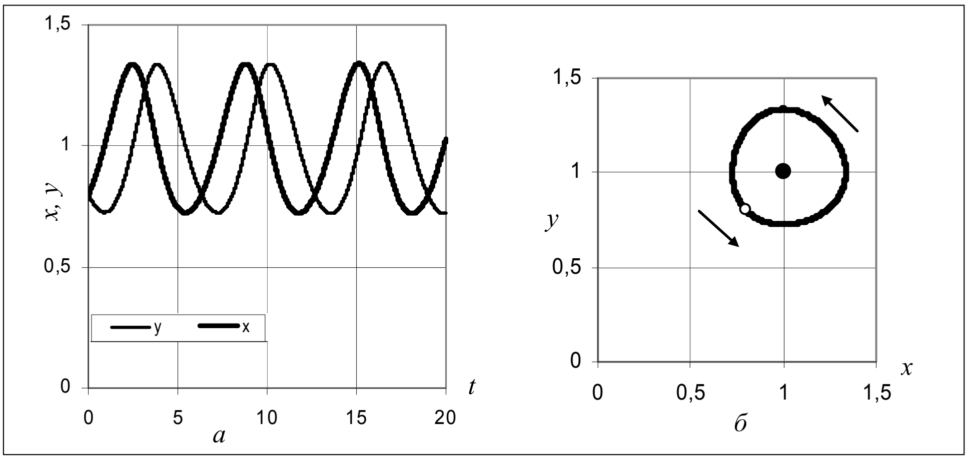

Рис. 1. Відкрита система (одне джерело ресурсів із оточення, $rA = 1$); *а* — коливальний режим; *б* — фазовий портрет. Стрілки вказують напрямок руху

Період коливань

$$T \approx 2\sqrt{2}\pi\,. \tag{22.2}$$

На рис. 2 показано, що перехід до двох джерел ресурсів (ресурсу з оточення і власного відновлювального ресурсу) змінює характер коливальної поведінки системи — збільшується період коливань, зменшується амплітуда *x* та зростає амплітуда *y*.

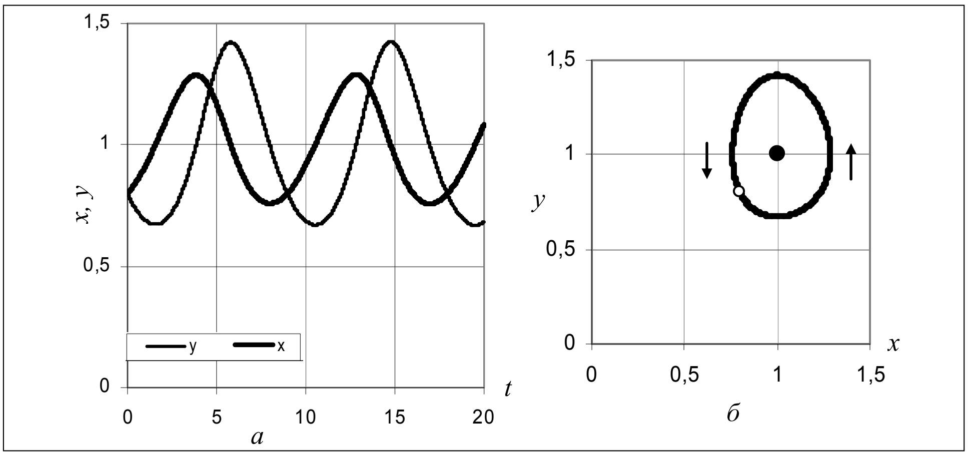

Рис. 2. Частково відкрита система (два джерела ресурсів: ресурси з оточення + ресурси відновлювальні; $rA = 0{,}5$), *де* *а* — коливальний режим; *б* — фазовий портрет

На рис. 3 показано характер зміни поведінки системи за зростання величини власного ресурсу

$$rA = 0{,}1. \tag{25}$$

Період коливань

$$T \approx 2\sqrt{10}\pi. \tag{22.3}$$

Тенденція до зростання періоду коливань зберігається.

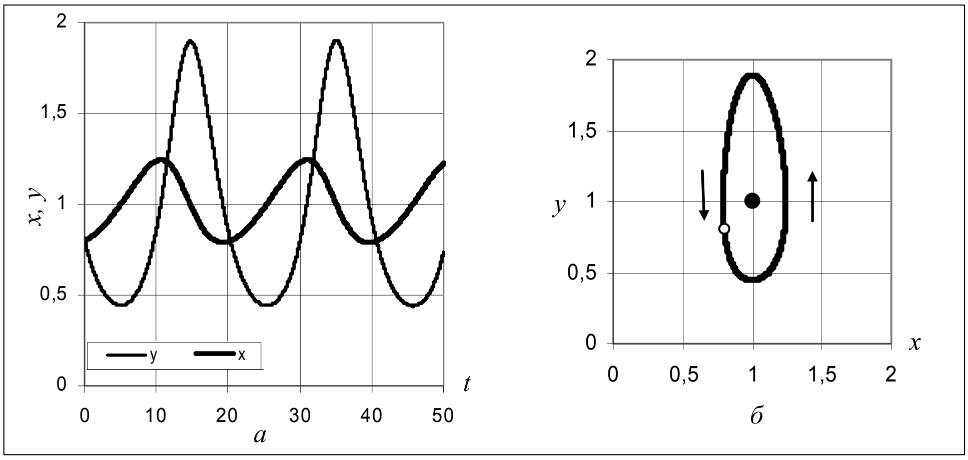

Рис. 3. Частково відкрита система (два джерела ресурсів: ресурси з оточення + ресурси відновлювальні; $rA = 0{,}1$), де *а* — коливальний режим; *б* — фазовий портрет

Практично закрита система, яка майже цілком користується власним відновлювальним ресурсом

$$rA = 0{,}001, \tag{26}$$

$$T > 2\sqrt{1000}\,\pi. \tag{22.4}$$

На рис. 4 продемонстровано періодичну, майже «вибухову», поведінку системи. Період суттєво збільшується, амплітуда y зростає, амплітуда x зменшується. Період коливань значно більший за розрахунок по формулі (22), тому що ця формула є результатом лінійного аналізу в околі стаціонарного стану, а характер коливань має експериментальне підтвердження: «В одному з найбільш відомих в екології експериментів австралійський ентомолог А. Нічолсон утримував популяцію м'ясних зелених мух протягом декількох років на дієті з нарубаної печінки з цукром… Нічолсон свідомо підтримував кількість їжі на такому рівні, щоб воно було менше необхідного для дорослих мух за максимальної чисельності популяції. За помірної чисельності популяції конкуренція не дозволяє будь-якій особі отримати достатню кількість білка. Білкове голодування у свою чергу зменшує плодючість кожної дорослої мухи настільки, що чисельність наступного покоління стає суттєво меншим. Для цього малочисельного покоління їжі вже достатньо, і його плодючість повертається до свого максимального рівня» [5].

Система діє у двох режимах: режим накопичення власного ресурсу (період індукції) з наступним короткотривалим режимом «вибухового» використання ресурсу (це схоже на взаємодію між двома основними нервовими процесами: гальмування $\to$ збудження $\to$ гальмування $\to$ …). Це цілком відповідає сучасній еволюційній концепції станів і раптових змін поведінки. Спостерігається очевидна різка зміна поведінки системи, уповільнення її розвитку внаслідок зменшення ресурсів до існування, які вона отримує з оточення.

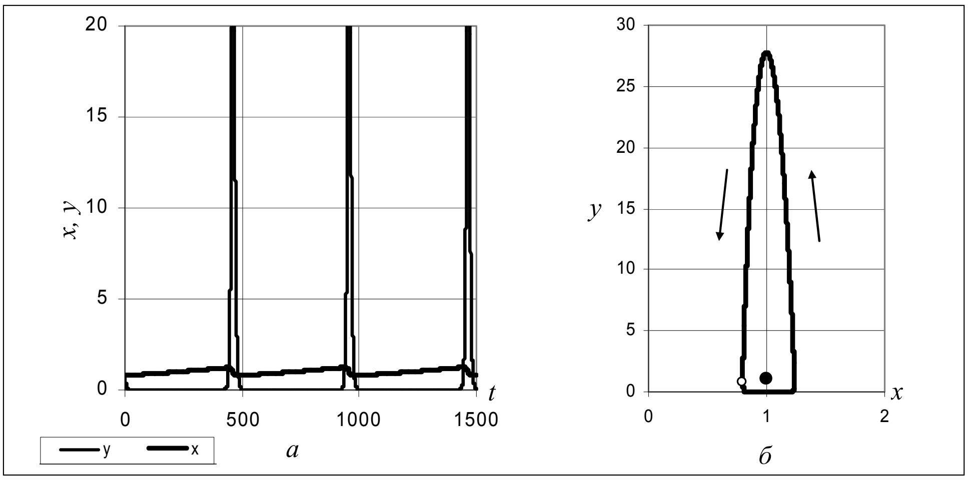

Рис. 4. Практично закрита система (одне джерело відновлюваних ресурсів, $rA = 0{,}001$), де *а* — «вибухово» коливальний режим; *б* — фазовий портрет

З порівняння поведінки системи у випадках 2, 3 можна зробити висновок, що поведінка на рис. 4 — це спалах останньої надії перед руйнацією закритої системи, щось на кшталт мобілізації останніх сил перед загибеллю (наприклад, в часи голодування відомі випадки канібалізму як у тварин, так і у людей). На стадії занепаду процесу його швидкість і темп є від'ємними, а от прискорення (це характеризує рушійну силу процесу) і ривок мають додатні значення, що й створює ефект «останнього зусилля» [6]. Така поведінка нагадує досить відому ситуацію, коли діють, не звертаючи уваги на несучу здатність системи, що й призводить до її руйнації.

Закрита система, яка користується виключно власним відновлювальним ресурсом (повністю незалежна система)

$$rA = 0, \tag{27}$$

$$T \to \infty. \tag{22.5}$$

За такої умови система (16), (17) набуває вигляду

$$\operatorname{temp} x = 0, \tag{28}$$

$$\operatorname{temp} y = x - 1. \tag{29}$$

Поведінка системи визначається таким чином (рис. 5):

$$x(t) = x_0, \tag{30}$$

$$y(t) = y_0 e^{(x_0 - 1)(t - t_0)}, \tag{31}$$

де x_0, y_0, t_0 — початкові умови.

Якщо

$$x_0 < 1, \tag{32}$$

то коливальний рух, як більш організований, змінюється на аперіодичний внаслідок безконечного періоду накопичення власних ресурсів. У системі зростає ентропія, і це зростання нічим компенсувати внаслідок її закритості. З плином часу закрита система, яка користується лише власними ресурсами, дезінтегрується, втрачає цілісність, тому що з її структури вилучається один елемент. Формально виробництво вторинного продукту y згідно з (2) і (31) зупиняється на нульовому рівні:

$$y(t) \to 0, \tag{33}$$

а виробництво первинного продукту x згідно з (1) і (27) — на початковому рівні:

$$x(t) \to x_0. \tag{34}$$

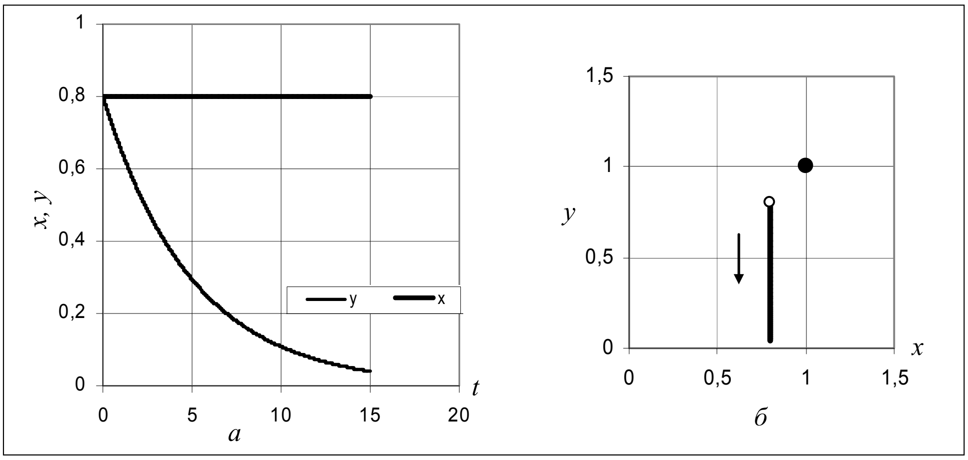

Рис. 5. Закрита система ($rA = 0$); *а* — аперіодичний режим; *б* — фазовий портрет

Що стосується живих систем, то зрозуміло, що більшість із них дезінтегрується ще до виникнення умови (27). Під впливом змін в оточенні радикально змінюється паттерн системи — «хижаки» гинуть або мігрують внаслідок зміни умов існування, а «жертви» залишаються. Це ситуація, коли для «хижаків» випадки вдалого «полювання» стають неможливими.

Випадок

$$x_0 > 1 \tag{35}$$

є практично нереальним модельним варіантом необмеженого зростання (це є відомою вадою моделі Лотки–Вольтери), адже не існують системи з необмеженим власним ресурсом.

Граничний варіант

$$x_0 = 1, \tag{36}$$

$$y(t) = y_0 \tag{37}$$

формально можна розглядати як точку біфуркації, де її параметром є величина x_0.

Цікаво, що на відміну від випадку 1, у випадках 2, 3, 4 загального інтегралу в системі (як «константи загальної організації») не існує, а це вказує на зниження рівня її організації.

ВИСНОВКИ

Наведена інтерпретація відомої моделі Лотки–Вольтери надає можливості зробити такі висновки:

- Зміни потоків ресурсів від оточення до системи суттєво впливають на її поведінку.
- Повна залежність і повна незалежність від ресурсів оточення як граничні випадки існування системи мають свої преференції і свої вади.
- Повна незалежність або самозалежність, тобто закрита система, є шляхом до деградації, тому що знижується рівень організованості в системі та втрачається цілісність і здатність до самоорганізації.
- На основі наведеної моделі неможливо дати відповідь на те, як поводить себе дезінтегрована система. Для цього треба вводити в модель такі параметри порядку системи, як «темп диференціації / темп інтеграції», «біомаса хижака / біомаса жертви» та інші системні характеристики.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гленсдорф П., Пригожин И.* Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. — М.: Мир, 1973. — 280 с.
2. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. — М: Мир, 1979. — 512 с.
3. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой / пер. с англ. — М.: Прогресс, 1986. — 431 с.
4. *Исида К.* Неравновесная термодинамика гиперциклов // Термодинамика и регуляция биологических процессов. — М.: Мир, 1984. — С. 238.
5. *Марсден Дж., Мак-Кракен М.* Бифуркация рождения цикла и ее приложения. — М.: Мир, 1980. — С. 264.
6. *Повещенко Г.П.* Систематика суспільної поведінки. Поняття, тлумачення, моделі. — К.: Наукова думка, 2012. — 616 с.

Надійшла 08.01.2013